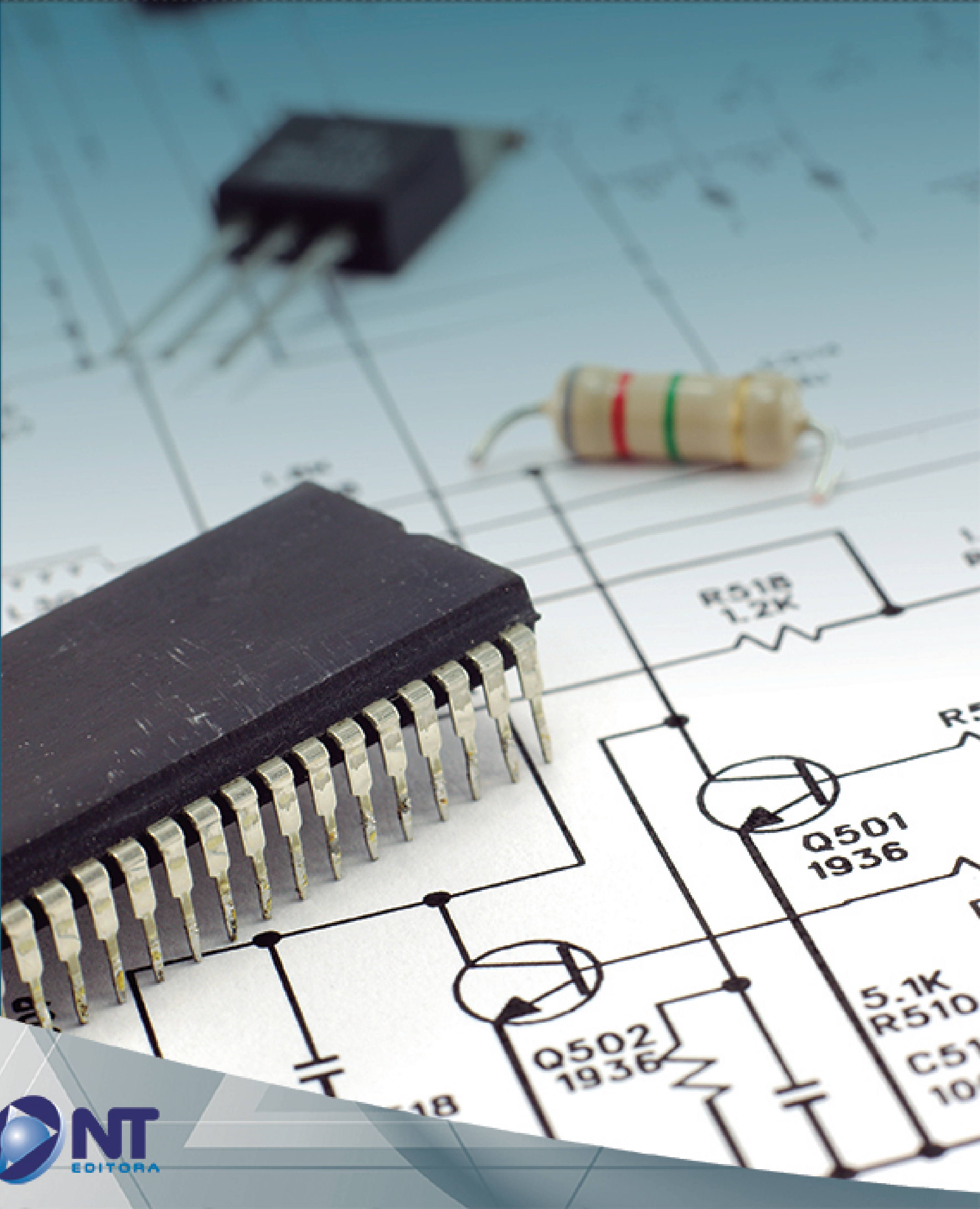
ELETRÔNICA DIGITAL I

Adriano Ferreira de Moura

CONTROLE E PROCESSOS INDUSTRIAIS

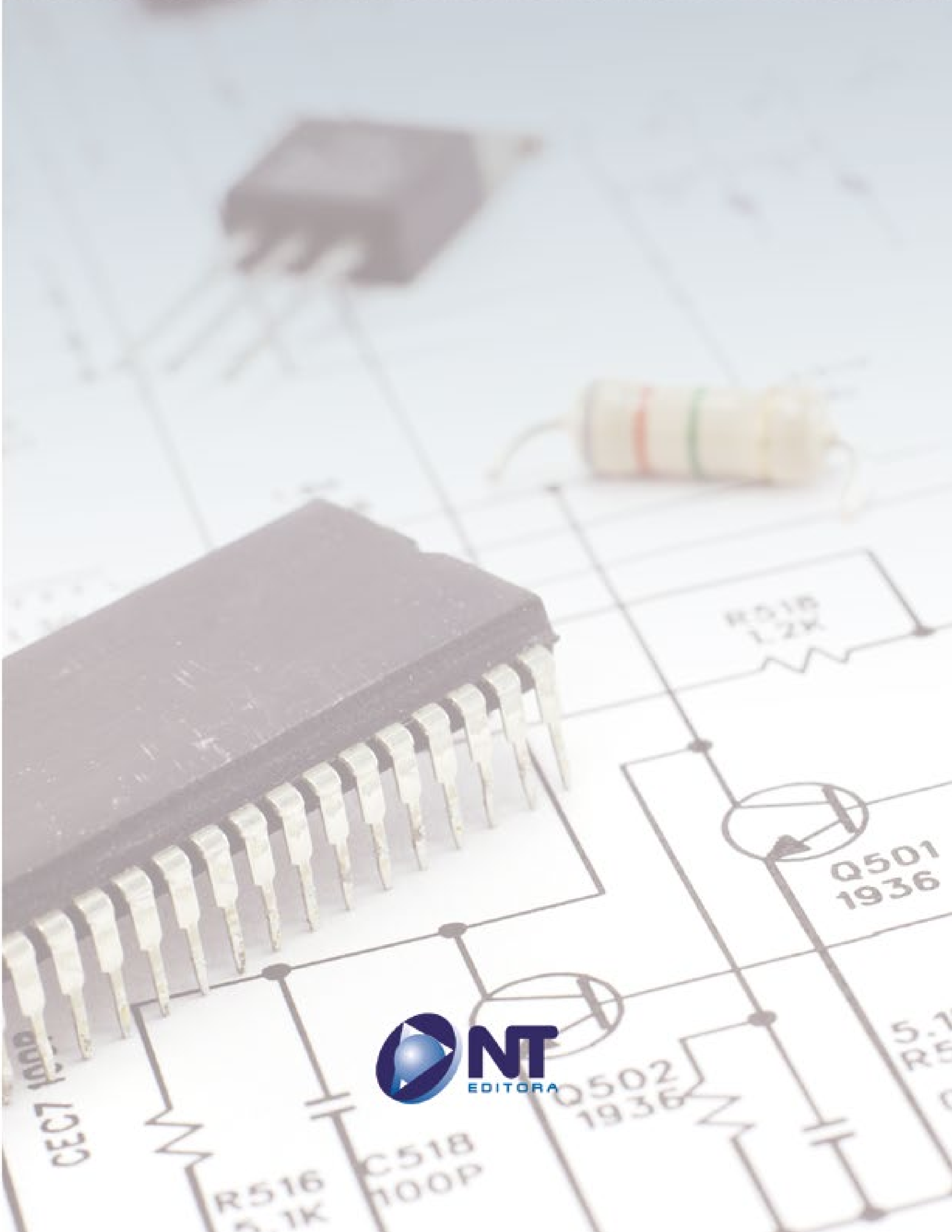


NT EDITORA

ELETRÔNICA DIGITAL I

Adriano Ferreira de Moura

CONTROLE E PROCESSOS INDUSTRIAIS



NT EDITORA

Autor

Adriano Ferreira de Moura

Graduado em Engenharia Elétrica pelo Instituto de Educação Superior de Brasília. Atualmente, Engenheiro de Telecomunicações Sênior na empresa OI S.A. Possui experiência na área de Engenharia Elétrica, com ênfase em Sistemas de Telecomunicações. Professor da Escola Técnica de Brasília desde 2008, leciona nos cursos presenciais e a distância das disciplinas de Eletrônica, Eletrotécnica e Telecomunicações.

Design Instrucional
NT Editora

Projeto Gráfico
NT Editora

Revisão
Mariana Carvalho

Capa
NT Editora

Editoração Eletrônica
Maycon Sadala
Marcelo Moraes
Daniel Lopes

Ilustração
NT Editora

NT Editora, uma empresa do Grupo NT
SCS Quadra 2 – Bl. C – 4° andar – Ed. Cedro II
CEP 70.302-914 – Brasília – DF
Fone: (61) 3421-9200
sac@grupont.com.br
www.nteditora.com.br e www.grupont.com.br

Moura, Adriano Ferreira de.

Eletrônica digital I / Adriano Ferreira de Moura – 1. ed. – Brasília: NT Editora, 2016.

208 p. il. ; 21,0 X 29,7 cm.

ISBN 978-85-8416-156-0

1. Eletrônica. 2. Tecnologia. 3. Hardware.

I. Título

LEGENDA

ÍCONES

Prezado(a) aluno(a),
Ao longo dos seus estudos, você encontrará alguns ícones na coluna lateral do material didático. A presença desses ícones o ajudará a compreender melhor o conteúdo abordado e a fazer os exercícios propostos. Conheça os ícones logo abaixo:

Saiba mais
Esse ícone apontará para informações complementares sobre o assunto que você está estudando. Serão curiosidades, temas afins ou exemplos do cotidiano que o ajudarão a fixar o conteúdo estudado.

Importante
O conteúdo indicado com esse ícone tem bastante importância para seus estudos. Leia com atenção e, tendo dúvida, pergunte ao seu tutor.

Dicas
Esse ícone apresenta dicas de estudo.

Exercícios
Toda vez que você vir o ícone de exercícios, responda às questões propostas.

Exercícios
Ao final das lições, você deverá responder aos exercícios no seu livro.

Bons estudos!

Sumário

APRESENTAÇÃO

Caro (a) estudante,

Seja muito bem-vindo (a) ao mundo digital da eletrônica. Hoje, vivemos em um mundo informatizado no qual a tecnologia interliga e compartilha nossas vidas pelos mais variados meios, por meio de redes sociais, WhatsApp, *chats*, *blogs*, etc. Diante disso, computadores, *smartphones* e *tablets* utilizam microprocessadores em que se integram milhões de circuitos digitais que possibilitam essa integração mundial. Esses circuitos digitais são a base da Eletrônica Digital, a matéria que estudaremos neste período.

A Eletrônica Digital é o alicerce de *hardware* deste mundo cibernético. Usando álgebra booleana, resolveremos vários problemas, dos mais simples aos mais sofisticados. Veremos como um grande circuito pode ser reduzido/resumido em um circuito mais simples. Note que isso trará economia de espaço e energia.

Nosso estudo inicia-se com conceitos básicos, os mais simples, e, à medida que avançamos, torna-se mais interessante e complexo. Portanto, o grande conselho é dedicar-se de corpo e alma desde o primeiro capítulo, para que você avance com facilidade pelo material a ser estudado. Caso surjam dúvidas, estaremos aqui para ajudar.

Na lição 1, aprenderemos os sistemas de numeração decimal, binário, octal e hexadecimal. Veremos como se faz a conversão de um sistema para o outro. Também aprenderemos a realizar adição e multiplicação de números binários. Os números binários serão o grande destaque desta lição, pois são imprescindíveis para o estudo e a aplicação da eletrônica digital.

Na lição 2, vamos estudar as operações lógicas das portas AND, OR, NOT e suas derivadas. Acreditamos que você vai se divertir nesta lição, porque vai descobrir um novo mundo de variáveis em que elas apenas assumem 2 valores: 1 ou 0, verdade ou mentira, ligado ou desligado, etc.

A lição 3 ensinará álgebra booleana. Com essa ferramenta, será possível a combinação de várias portas lógicas aprendidas na unidade anterior. São propriedades muito semelhantes àquelas que usamos na matemática.

O estudo das lições anteriores auxiliará, na lição 4, na criação de circuitos lógicos usando combinações entre as portas lógicas AND, OR, NOT e suas derivadas. Veremos como reduzir o custo de um projeto inicial e obter um resultado mais rápido e econômico.

Na lição 5, aprenderemos que circuitos sequenciais usam portas lógicas como os circuitos combinacionais. A diferença, agora, é que devemos nos preocupar com o estado anterior da porta, ou seja, com o evento anterior.

Na lição 6, a análise e síntese de circuitos combinacionais possibilita projetar circuito e já se atentar para a sua simplificação. Veremos circuitos digitais um pouco mais complexos, como os aritméticos e os codificadores.

Na lição 7, utilizaremos a análise e a síntese de circuitos sequenciais para projetarmos esses tipos de circuitos. Por meio do estudo de vários exemplos, chegaremos ao final desta lição com a competência para elaborar um circuito em que as saídas dependem das entradas.

Por fim, na lição 8, detalharemos os conversores digital-analógico e analógico-digital. Note que vivemos em mundo analógico. As máquinas, lembrando os computadores, trabalham com “1” e “0”, devemos, portanto, converter as informações para o sistema digital para que elas possam processar essas informações.

Bons estudos!

Adriano Ferreira de Moura

1 SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

Objetivos

Ao finalizar esta lição, você deverá ser capaz de:

- conhecer os sistemas de numeração decimal, binário, octal e hexadecimal;
- compreender como se faz a conversão de um sistema para o outro;
- realizar adição, subtração e multiplicação de números binários.

1.1 Sistema de numeração decimal

O homem, desde sempre, sentiu a necessidade de contar. Contar os animais, as armas, contar os inimigos, os dias, etc. Acredita-se que ele usou, de início, os dedos das mãos para contar. Estava, então, sendo criado o sistema de numeração decimal, uma vez que as mãos juntas possuem dez dedos: no primeiro, o número 1, no décimo dedo, o número 10.

O sistema de numeração decimal é assim definido por usar 10 símbolos conhecidos entre nós: os algarismos de 0 a 9. Vemos facilmente a contagem até o número 9, representado pelo algarismo 9. E o próximo número? Sabemos que esse próximo número será o 10. Mas como representá-lo se temos apenas 9 algarismos? Simples, incrementamos um algarismo à esquerda e reiniciamos a sequência numérica:

0

1

2

3

até

9

Incrementamos um algarismo à esquerda e reiniciamos a sequência numérica:

10

11

12

13

até

19

Repete-se a mesma lógica de acréscimo à esquerda:

20

até

99

Da mesma forma, acrescenta-se um número à esquerda para formar uma sequência com três algarismos ou mais:

100

Poderemos acrescentar sempre um algarismo à esquerda quando quisermos incrementar a sequência numérica.

Agora que já vimos a mecânica do sistema de numeração decimal, vamos analisá-lo de outro modo. Tomemos como exemplo o número 531, que também pode ser representado assim: $5 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 1 \times 10^0$.

Resolvendo a soma, temos:

$5 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 1 \times 10^0 =$

$5 \times 100 + 3 \times 10 + 1 \times 1 =$

$500 + 30 + 1 =$

531

Todo o sistema decimal pode ser representado em forma de potência de 10. Outro exemplo interessante é o número 1001. Ele pode ser descrito desta maneira: $1 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 1 \times 10^0$.

Assim:

$1 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 1 \times 10^0 =$

$1 \times 1000 + 0 \times 100 + 0 \times 10 + 1 \times 1 =$

$1000 + 0 + 0 + 1 =$

1001

Agora, tente você mesmo representar os números 0, 1, 17 e 2015 em potência de 10. É bem simples, não é?

Esse sistema de numeração tão comum para nós é chamado de sistema de numeração decimal ou sistema de numeração de base 10.

1.2 Sistema de numeração binário

Começamos o nosso estudo dos sistemas de numeração citando a necessidade do homem primitivo pela contagem. Imagine agora que essa mesma situação se passa em um mundo alienígena onde os habitantes possuem apenas uma mão com um único dedo. Como eles contam as coisas por lá?

Analogamente ao homem, eles criaram o seu próprio sistema de numeração. Então vamos raciocinar, eu tenho os símbolos 0 e 1. Vamos começar a contar: 0, 1... Lembre-se do sistema decimal, após usar todos os algarismos, incrementamos um algarismo à esquerda e reiniciamos a sequência de algarismos. Os ETs, com um dedo, devem ter feito a mesma coisa:

0

1

Incrementamos um algarismo à esquerda e reiniciamos a sequência de algarismos:

10

11

Repetindo a mesma lógica de acréscimo à esquerda:

100

101

110

111

Acrescenta-se mais algarismos à esquerda e reiniciamos a sequência:

1000

Vejamos uma tabela em que temos os sistemas decimal e binário lado a lado:

Sistema decimal	Sistema binário
0	0
1	1
2	10
3	11
4	100
5	101
6	110
7	111
8	1000
9	1001
10	1010

O sistema de numeração binário é chamado assim porque podemos expressar grandezas em forma de potência de 2. Por exemplo, o número 2, em decimal, é o número 10, em binário. Assim, podemos dizer que 10, em binário, equivale a $1x2^1 + 0x2^0$.

$1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 =$

$1 \times 2 + 0 \times 1 =$

$2 + 0 =$

2

Já o número 5, em decimal, corresponde ao número 101 em binário:

$1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 =$

$1 \times 4 + 0 \times 2 + 1 \times 1 =$

$4 + 0 + 1 =$

5

O número 10 em decimal é o 1010 em binário:

$1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 =$

$1 \times 8 + 0 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1 =$

$8 + 0 + 2 + 0 =$

10

Vimos que o algarismo à esquerda representa uma potência de base 2. Sempre que inserimos mais um algarismo à esquerda devemos incrementar o expoente da potência de base 2. A seguir, apresentamos uma tabela com mais exemplos do sistema binário, utilizando o sistema decimal como guia desse sistema de numeração que emprega os algarismos 0 e 1.

Sistema decimal	Sistema binário	Sistema decimal	Sistema binário
11	1011	22	10110
12	1100	23	10111
13	1101	24	11000
14	1110	25	11001
15	1111	26	11010
16	10000	27	11011
17	10001	28	11100
18	10010	29	11101
19	10011	30	11110
20	10100	31	11111
21	10101	32	100000

De agora em diante usaremos a seguinte notação para diferenciar os números de base 10 e base 2: o número 11 em base 10 será 11_{10}; o número 11 em base 2 será 11_2.

Quando o número não apresentar nenhum símbolo no formato X_y, o mesmo será considerado no sistema de numeração de base 10.

Exercitando o conhecimento

Em um sistema de tensões, o "0" binário corresponderia a 0 volt, e o "1" binário corresponderia a 5 volts. Partindo dessa afirmação, quais dessas afirmações podem ser traduzidas ao sistema binário de numeração?

( ) Em um sistema de lógica matemática, o "0" binário corresponderia a falso, e o "1" binário corresponderia a verdadeiro.

( ) Em um sistema de controle de portão, o "0" binário corresponderia a aberto, e o "1" binário corresponderia a fechado.

( ) Em um interruptor de luz, o "0" binário corresponderia a apagado, e o "1" binário corresponderia a aceso.

Se você respondeu que todas as afirmações acima podem ser traduzidas ao sistema binário de numeração, você compreendeu que o sistema binário pode representar apenas duas situações contrárias: verdadeiro ou falso, aberto ou fechado, apagado ou aceso, etc.

1.3 Sistema de numeração octal

Voltando à nossa viagem espacial, encontramos, agora, seres de outro planeta que possuem apenas 4 dedos em cada mão. Não é surpresa eles terem criado o sistema de numeração octal. Com o conhecimento adquirido nos sistemas de numeração decimal e binário, já podemos deduzir que o sistema octal terá 8 símbolos, que são os algarismos de 0 a 7.

A seguir, exibimos uma tabela mostrando o sistema de numeração decimal e o sistema de numeração octal.

Sistema decimal	Sistema octal
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	10
9	11
10	12
11	13
12	14
13	15
14	16
15	17
16	20
17	21

Alguém pode perguntar: "Por que, no sistema octal, saltamos do número 7 para o 10?".

Ora, lembre-se de que, nos sistemas de numeração vistos anteriormente, quando usávamos todos os símbolos disponíveis, incrementávamos um símbolo à esquerda. Então, se já usamos todos os símbolos do 0 ao 7, incrementamos, agora, o símbolo 1 à esquerda e repetimos todos os símbolos novamente.

Já estamos adotando a notação X_{10} para os números do sistema de numeração de base 10 e X_2 para os números do sistema de numeração de base 2. Os números do sistema de numeração de base 8 serão representados por X_8.

Mais uma vez, veremos a representação matemática desse sistema de numeração na forma de potência de base 8.

O número 7_{10} é o número 7_8. Ele será representado na forma de potência de base 8:

7×8^0.

$7 \times 8^0 =$

$7 \times 1 =$

7

Outro exemplo é o 8_{10}, que corresponde ao número 10_8:

$1 \times 8^1 + 0 \times 8^0 =$

$1 \times 8 + 0 \times 1 =$

$8 + 0 =$

8

Mais um caso é o 17_{10}, que corresponde ao número 21_8:

$2 \times 8^1 + 1 \times 8^0 =$

$2 \times 8 + 1 \times 1 =$

$16 + 1 =$

17

1.4 Sistema de numeração hexadecimal

Esse sistema de numeração nos leva a imaginar ETs com 8 dedos em cada mão. Daí é natural que eles contem até 16, ou seja, tiveram que criar 16 símbolos para representar o sistema de numeração hexadecimal.

Mais uma vez, vamos usar uma tabela com os sistemas de numeração decimal ao lado do sistema de numeração hexadecimal para desenvolvermos as explicações.

Sistema decimal	Sistema binário
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9
10	A
11	B
12	C
13	D
14	E
15	F
16	10
17	11
18	12
19	13
20	14
21	15
22	16

Percebemos que os símbolos são 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E e F.

E, como nos demais sistemas de numeração, ao final do último símbolo, acrescenta-se 1 à esquerda. Os números do sistema de numeração hexadecimal serão representados no formato: X_{16}.

Veremos que esses sistemas de numeração serão largamente utilizados na Eletrônica Digital, consequentemente, na arquitetura de processadores e computadores de qualquer porte.

1.5 Conversão do sistema decimal para o sistema binário

Estudaremos, a seguir, como converter um número do sistema decimal para o sistema binário.

Por exemplo, como é o número 810 no sistema de numeração de base 2?

Para convertermos esse número e qualquer outro número decimal para o sistema binário, usaremos os seguintes passos:

• dividir o número por 2;

• realizar essa operação até chegar a um resto, que será o número 0 ou 1;

• guardar o resto e chamá-lo de "resto #1";

• usar o quociente dessa divisão dividi-lo por 2 novamente;

• realizar a operação até chegar a um resto, guardar esse resto e chamá-lo de "resto #2";

• pegar o quociente da última divisão dividi-lo mais uma vez por 2;

• realizar essa operação até chegar a um resto, guardar esse resto e chamá-lo de "resto #3";

• repetir a operação de divisão quantas vezes for necessário até o número que se deseja converter para o sistema binário de numeração seja menor que 2, e sempre usar o divisor igual a 2, guardar os restos e continuar a sequência de numeração desses restos no formato "resto #X". O último quociente, que será o número 1 ou 0, será simplesmente guardado como "quociente".

Agora, vamos formar o número no sistema binário. Note que todos os números guardados são iguais a 1 ou a 0.

O "quociente" será o algarismo mais à esquerda do número, o próximo número à direita será o número que está guardado no maior valor de X do formato "resto #X" que você obteve. Após esse número, o próximo a ser usado será o número que está guardado no valor de X-1 do formato "resto #X". Então, use todos os números até chegar no "resto #1", e assim o número no sistema binário estará pronto.

Vamos converter o número 8_{10} para o sistema binário utilizando os passos descritos acima.

8	2	4	2	2	2	
-8	4	-4	2	-2	**1**	→ quociente
0		0		0		
resto #1		resto #2		resto #3		

8 dividido por 2 é igual a 4 e o resto é 0. (resto #1 = 0)

4 dividido por 2 é igual a 2 e o resto é 0. (resto #2 = 0)

2 dividido por 2 é igual a 1 e o resto é 0, e o quociente é 1. (resto #3 = 0 e quociente = 1)

O quociente, que vale 1, será o número mais à esquerda:

Quociente
1

O próximo à direita será o resto#3, que vale 0:

Quociente	Resto #3
1	0

O próximo à direita será o resto#2, que vale 0:

Quociente	Resto #3	Resto #2
1	0	0

O último à direita será o resto#1, que vale 0:

Quociente	Resto #3	Resto #2	Resto #1
1	0	0	0

O número 8 no sistema decimal de numeração equivale ao número 1000 no sistema binário de numeração. Em outras palavras: $8_{10} = 1000_2$.

Outro exemplo: converter o número 53_{10} para o sistema binário de numeração.

53 |_2	26 |_2	13 |_2	6 |_2	3 |_2
-52 26 →	-26 13 →	-12 6 →	-6 3 →	-2 **1** → quociente
1	0	1	0	1
resto #1	resto #2	resto #3	resto #4	resto #5

Quociente	Resto #5	Resto #4	Resto #3	Resto #2	Resto #1
1	1	0	1	0	1

O número 53_{10} equivale a 110101 no sistema binário de numeração, ou seja, $53_{10} = 110101_2$.

Mais um exemplo: como será o número 128_{10} no sistema binário de numeração?

128 |_2	64 |_2	32 |_2	16 |_2	8 |_2	4 |_2	2 |_2
-128 64 →	-64 32 →	-32 16 →	-16 8 →	-8 4 →	-4 2 →	-2 **1** → quociente
0	0	0	0	0	0	0
resto #1	resto #2	resto #3	resto #4	resto #5	resto #6	resto #7

Quociente	Resto #7	Resto #6	Resto #5	Resto #4	Resto #3	Resto #2	Resto #1
1	0	0	0	0	0	0	0

O número 128_{10} equivale a 1000000 no sistema binário de numeração, ou seja, $128_{10} = 1000000_2$.

Exercitando o conhecimento

Como faríamos para converter um número do sistema decimal para o sistema octal?

( ) Divisões sucessivas do número em decimal por 2.

( ) Divisões sucessivas do número em decimal por 8.

( ) Divisões sucessivas do número em decimal por 16.

Se você marcou a segunda alternativa, você compreendeu bem a conversão do sistema decimal em binário, que utiliza divisões sucessivas por 2. Logo, para converter sistema decimal para octal, devem-se realizar divisões sucessivas por 8.

E, executando divisões sucessivas do número em decimal por 16, chegaríamos à conversão para hexadecimal.

1.6 Conversão do sistema binário para o sistema decimal

Para converter um número do sistema binário para o sistema decimal, usaremos o sistema de potência. Como estamos tratando do sistema binário, usaremos potência de base 2.

Os passos para a conversão seguirão a sequência descrita a seguir.

• Primeiro, conte quantos algarismos estão sendo usados, então teremos X algarismos.

• Utilize o algarismo mais à esquerda e multiplique-o pela potência de 2^{X-1}.

• O próximo algarismo à direita será multiplicado pela potência de 2^{X-2}.

• O próximo algarismo, também à direita, será multiplicado pela potência de 2^{X-3}.

• Repita essa operação até que o último algarismo da direita seja multiplicado pela potência de 2^{x-x}, que é o mesmo que 2^0.

• Após esses passos de multiplicação, some todos os resultados, assim você obterá um número no sistema decimal.

Como exemplo, vamos converter o número 100_2 para o sistema decimal utilizando os passos descritos acima.

100_2 possui 3 algarismos, então X=3.

O algarismo mais à esquerda é 1, multiplique-o pela potência de 2^{3-1}:

$1 \times 2^{3-1} =$

$1 \times 2^2 =$

$1 \times 4 =$

4

O próximo algarismo é 0, multiplique-o pela potência de 2^{3-2}:

$0 \times 2^{3-2} =$

$0 \times 2^1 =$

$0 \times 2 =$

0

O próximo algarismo é 0, multiplique-o pela potência de 2^{3-3}, que é o mesmo que 2^0:

$0 \times 2^0 =$

$0 \times 1 =$

0

Some todos os resultados das multiplicações:

$4 + 0 + 0 =$

4

Encontramos que o número 100 no sistema binário de numeração é o número 4 no sistema decimal de numeração, ou seja, $100_2 = 4_{10}$.

Tomando outro exemplo, vamos converter o número 10010_2 para o sistema decimal:

10010_2 possui 5 algarismos, então X=5.

O algarismo mais à esquerda é 1. Multiplique-o pela potência de 2^{5-1}:

$1 \times 2^{5-1} =$

$1 \times 2^{4} =$

$1 \times 16 =$

16

O próximo algarismo é 0. Multiplique-o pela potência de 2^{5-2}:

$0 \times 2^{5-2} =$

$0 \times 2^{3} =$

$0 \times 8 =$

0

O próximo algarismo é 0. Multiplique-o pela potência de 2^{5-3}:

$0 \times 2^{5-3} =$

$0 \times 2^{2} =$

$0 \times 4 =$

0

O próximo algarismo é 1. Multiplique-o pela potência de 2^{5-4}:

$1 \times 2^{5-4} =$

$1 \times 2^{1} =$

$1 \times 2 =$

2

O próximo algarismo é 0. Multiplique-o pela potência de 2^{5-5}, que é o mesmo que 2^{0}:

$0 \times 2^{0} =$

$0 \times 1 =$

0

Some todos os resultados das multiplicações:

$16 + 0 + 0 + 2 + 0 =$

18

Encontramos que o número 10010 no sistema binário de numeração é o número 18 no sistema decimal de numeração, ou $10010_2 = 18_{10}$.

Já que você entendeu os passos para a conversão do sistema binário para o sistema decimal, vamos usar um método mais resumido. Neste caso, vamos repetir o exemplo anterior:

10010_2, X = 5, então:

$1 \times 2^{5-1} + 0 \times 2^{5-2} + 0 \times 2^{5-3} + 1 \times 2^{5-4} + 0 \times 2^0 =$

$1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 =$

$1 \times 16 + 0 \times 8 + 0 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1 =$

$16 + 0 + 0 + 2 + 0 =$

18

Você já notou que o método consiste em multiplicar os algarismos pelas potências de base 2 do expoente até o expoente X-1. Então podemos remover o primeiro passo e ir direto para a multiplicação dos algarismos pelas potências de base 2. Veja:

10010_2, X = 5 e X – 1 = 4, então:

$1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 =$

$1 \times 16 + 0 \times 8 + 0 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1 =$

$16 + 0 + 0 + 2 + 0 =$

18

Com a prática, logo você se acostumará e memorizará as potências de base 2:

$2^0 = 1$	$2^6 = 64$	$2^{12} = 4096$
$2^1 = 2$	$2^7 = 128$	$2^{13} = 8192$
$2^2 = 4$	$2^8 = 256$	$2^{14} = 16384$
$2^3 = 8$	$2^9 = 512$	$2^{15} = 32768$
$2^4 = 16$	$2^{10} = 1024$	$2^{16} = 65536$
$2^5 = 32$	$2^{11} = 2048$	

Vejamos mais um exemplo usando o método mais prático: converter 10011011_2 em decimal.

10011011_2, X = 8 e X – 1 = 7, então:

$1 \times 2^7 + 0 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 =$

$1 \times 128 + 0 \times 64 + 0 \times 32 + 1 \times 16 + 1 \times 8 + 0 \times 4 + 1 \times 2 + 1 \times 1 =$

$128 + 0 + 0 + 16 + 8 + 0 + 2 + 1 =$

155

$10011011_2 = 155_{10}$

1.7 Conversão de números binários fracionários em decimais

Vimos, até agora, a conversão de números inteiros do sistema decimal para o binário e vice-versa. Trataremos agora da conversão de números racionais, mas, antes disso, saiba que número racional é todo número que pode ser representado por uma razão entre dois números inteiros.

Por exemplo, o número $10{,}5_{10}$ pode ser representado assim:

10^1	10^0		10^{-1}
1	0	,	5

Lembrando que 10,510 equivale a:

$1 \times 10^1 + 0 \times 10^0 + 5 \times 10^{-1} =$

$10 + 0 + 0{,}5 =$

10,5

O mesmo raciocínio vale para os números do sistema binário.

Vejamos este exemplo: $1{,}1_2$

2^0		2^{-1}
1	,	1

Agora, vamos convertê-lo para o sistema decimal:

$1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} =$

$1 \times 1 + 1 \times 1/2 =$

$1 + 1 \times 0{,}5 =$

$1 + 0{,}5 =$

1,5

Logo, $1{,}1_2 = 1{,}5_{10}$

Outro exemplo: converter $1001{,}1011_2$ para o sistema decimal:

2^3	2^2	2^1	2^0		2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	2^{-4}
1	0	0	1	,	1	0	1	1

$1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-4} =$

$1 \times 8 + 0 \times 4 + 0 \times 2 + 1 \times 1 + 1 \times 1/2 + 0 \times 1/4 + 1 \times 1/8 + 1 \times 1/16 =$

$8 + 0 + 0 + 1 + 1 \times 0{,}5 + 0 \times 0{,}25 + 1 \times 0{,}125 + 1 \times 0{,}0625 =$

$8 + 1 + 0{,}5 + 0{,}125 + 0{,}0625 =$

9,6875

Resultado: $1001{,}1011_2$ equivale a $9{,}6875_{10}$

1.8 Conversão de números decimais fracionários em binários

Mostraremos alguns exemplos da conversão de números decimais fracionários em binários. Vejamos o número $5{,}125_{10}$. Esse número equivale a:

5,125 =

5 + 0,125

Já sabemos converter a parte inteira desse número, que, neste caso, é 5, e sabemos que 5_{10} = 101_2.

Agora, vamos converter a parte racional: $0{,}125_{10}$.

0,125 → parte racional
x2 → sistema de numeração binário
0,25 → o algarismo 0 será o primeiro número após a vírgula

Utilizando a parte racional, continuamos a conversão:

0,25 → parte racional
x2 → sistema de numeração binário
0,5 → o algarismo 0 será o segundo número após a vírgula

Utilizando a parte racional, continuamos a conversão:

0,5 → parte racional
x2 → sistema de numeração binário
1,0 → o algarismo 1 será o terceiro número após a vírgula

Chegamos ao número "0". Agora, vamos inserir os algarismos selecionados na conversão.

O algarismo 0 será o primeiro número após a vírgula:

0,0

O algarismo 0 será o segundo número após a vírgula:

0,00

O algarismo 1 será o terceiro número após a vírgula:

0,001

Chegamos à parte racional, que é 0,001.

Juntamos esse resultado com a parte inteira, que é igual a 101. Concluímos, então, que o número 5,12510 no sistema binário de numeração é 101,001.

Vamos para mais um exemplo: $17{,}375_{10}$.

17,375 =

17 + 0,375

Já sabemos converter a parte inteira desse número, que, neste caso, é 17, e sabemos que 17_{10} = 10001_2.

Agora, vamos converter a parte racional: $0{,}375_{10}$.

0,375 → **parte racional**
x2 → **sistema de numeração binário**
0,75 → **o algarismo 0 será o primeiro número após a vírgula**

Utilizando a parte racional, continuamos a conversão:
0,75 → **parte racional**
x2 → **sistema de numeração binário**
1,5 → **o algarismo 0 será o segundo número após a vírgula**

Utilizando a parte racional, continuamos a conversão:
0,5 → **parte racional**
x2 → **sistema de numeração binário**
1,0 → **o algarismo 1 será o terceiro número após a vírgula**

Chegamos ao número "0". Vamos inserir os algarismos selecionados na conversão.

O algarismo 0 será o primeiro número após a vírgula:

0,0

O algarismo 1 será o segundo número após a vírgula:

0,01

O algarismo 1 será o terceiro número após a vírgula:

0,011

Chegamos à parte racional, que é 0,011.

Juntamos esse resultado com a parte inteira, que é igual a 10001. Concluímos, então, que o número $17{,}375_{10}$ no sistema binário de numeração é 10001,011.

Desta vez, teremos um exemplo mais complexo: $4{,}8_{10}$

Como sempre, desmembramos a parte inteira da parte racional:

4,8 =

4 + 0,8

0,8 → **parte racional**
x2 → **sistema de numeração binário**
1,6 → **o algarismo 1 será o primeiro número após a vírgula**

Utilizando a parte racional, continuamos a conversão:
0,6 → **parte racional**
x2 → **sistema de numeração binário**
1,2 → **o algarismo 1 será o segundo número após a vírgula**

Utilizando a parte racional, continuamos a conversão:
0,2 → **parte racional**
x2 → **sistema de numeração binário**
0,4 → **o algarismo 0 será o terceiro número após a vírgula**

Utilizando a parte racional, continuamos a conversão:
0,4 → **parte racional**
x2 → **sistema de numeração binário**
0,8 → **o algarismo 0 será o "quarto número após a vírgula"**

0,8

Notem que o número $0{,}8_{10}$ é o número racional que desejamos converter em binário. Se continuarmos com esse processo, chegaremos novamente ao número $0{,}8_{10}$. Essa sequência sempre se repetirá, ou seja, temos uma **dízima periódica**.

Colocando os algarismos obtidos na conversão, teremos:

0,1100

Mas, lembrando-nos da dízima periódica, a resposta adequada é:

0, 110011001100...

Juntamos esse resultado com a parte inteira, que é igual a 100. Então, concluímos que o número 4,8 no sistema binário de numeração é 100, 110011001100...

1.9 Operações aritméticas no sistema binário

Para detalharmos a operação de adição no sistema de numeração binário, vamos relembrar algumas regras básicas de adição no sistema de numeração decimal.

Quando realizamos a conta 6 + 6, automaticamente realizamos a conta do transporte. Vejamos com mais detalhes:

$$\begin{array}{r} 6 \\ +6 \\ \hline 12 \end{array}$$

Note que, abaixo do número 6, inserimos o número 2 e transportamos o número 1 para a próxima casa da esquerda. Chamaremos esse transporte de "vai 1".

Vamos para o sistema binário:

$$\begin{array}{r} 0 \\ +0 \\ \hline 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \\ +0 \\ \hline 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0 \\ +1 \\ \hline 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \\ +1 \\ \hline 10 \end{array}$$

Note que, no caso do 1 + 1, realizamos o transporte para a próxima casa da esquerda. Observemos outro caso em que o "vai 1" aparece:

$$\begin{array}{r} 10 \\ +10 \\ \hline 100 \end{array}$$

Perceba, no exemplo, o "vai 1" destacado na cor vermelho. É só memorizar que no sistema binário 1 + 1 = 10, ou seja, "vai 1" para a esquerda.

Para complementarmos a explicação, façamos a soma, em binário, de 1 + 1 +1:

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1 \\ +1 \\ \hline 11 \end{array}$$

Realizando a mesma conta em dois passos:

$$\begin{array}{r} 1 \\ +1 \\ \hline 10 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 10 \\ +1 \\ \hline 11 \end{array}$$

Então, no caso do sistema binário de 1 + 1 + 1, temos 11_2.

De fato, 1 + 1 + 1, em decimal, temos 3_{10}. $11_2 = 3_{10}$.

Passemos a outro exemplo um pouco mais complexo: $110_2 + 111_2$.

$$\begin{array}{r} 110 \\ +111 \\ \hline 1 \end{array}$$

Destacado em amarelo: 0 + 1 = 1.

$$\begin{array}{r} 1 \longrightarrow \text{“vai 1”} \\ 110 \\ +111 \\ \hline 01 \end{array}$$

Destacado em vermelho: 1 + 1 = 0 e “vai 1”.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 110 \\ +111 \\ \hline 1101 \end{array}$$

Destacado em azul: 1 + 1 + 1 = 11.

Para realizarmos a subtração no sistema binário, utilizaremos um método análogo ao do sistema decimal.

Primeiro, vamos guardar algumas regras:

$$\begin{array}{r} 0 \\ -0 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \\ -0 \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \\ -1 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0 \\ -1 \\ \hline 1 \end{array} \longrightarrow \text{“deve1”}$$

Exemplo: 7 – 4 = 3, no sistema decimal. Realizando a subtração no sistema binário:

$$\begin{array}{r} 111 \\ -100 \\ \hline 011 \end{array}$$

De fato, 011, no sistema binário, equivale a 3 no sistema decimal.

Outro exemplo: $1000_2 - 111_2$ =? Sabemos que $1000_2 = 8_{10}$ e $111_2 = 7_{10}$. No sistema decimal, 8 – 7 = 1. Façamos esta subtração no sistema binário:

$$\begin{array}{r} 1000 \\ -111 \\ \hline 1 \end{array} \longrightarrow \text{“deve1”}$$

0 – 1 é igual a 1 e fica devendo 1 “deve 1”.

$$\begin{array}{r} 100\quad 0 \\ -11\ (-1)\ 1 \\ \hline 1 \end{array} \longrightarrow \text{“deve1 da conta anterior”}$$

Agora, para realizar essa conta, devemos levar em consideração o “deve 1”. Assim, 0 – 1 = 1, lembrando que ele deve 1, 1 – 1 = 0, e fica devendo 1 “deve 1”.

$$\begin{array}{r} 10\,0\;\;0 \\ -1\,1_{(-1)}1 \\ \hline 0\;\;1 \end{array} \quad \text{“deve1”}$$

Não podemos nos esquecer de anotar o “deve 1” para a próxima conta.

$$\begin{array}{r} 10\;\;\;00 \\ -1_{(-1)}\;11 \\ \hline 01 \end{array} \quad \text{“deve1 da conta anterior”}$$

Temos novamente que 0 – 1 = 1, lembrando que ele deve 1, 1 – 1 = 0, e fica devendo 1 “deve 1”.

$$\begin{array}{r} 10\;\;\;00 \\ -1_{(-1)}\;11 \\ \hline 0\;\;\;01 \end{array} \quad \text{“deve1”}$$

Novamente, realizaremos a conta já mencionada: levar em consideração o “deve 1”. Assim, 0 – 1 = 1, lembrando que ele deve 1, 1 – 1 = 0, e fica devendo 1 “deve 1”.

$$\begin{array}{r} 1\;000 \\ -_{(-1)}\;111 \\ \hline 0\;\;\;01 \end{array} \quad \text{“deve1da conta anterior”}$$

A última conta a executar é 1 – “deve 1”, ou seja, 1 – 1 = 0.

$$\begin{array}{r} 1000 \\ -111 \\ \hline 0001 \end{array}$$

Finalmente, chegamos ao resultado esperado, que é 1_2.

Vamos ver agora a multiplicação no sistema binário. Essa operação é muito simples porque ela é exatamente igual à multiplicação do sistema decimal.

$$\begin{array}{r} 0 \\ \text{x}0 \\ \hline 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \\ \text{x}0 \\ \hline 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0 \\ \text{x}1 \\ \hline 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \\ \text{x}1 \\ \hline 1 \end{array}$$

Vamos verificar alguns exemplos: 111_2 x 10_2.

$$\begin{array}{r} 111 \\ \text{x}10 \\ \hline 000 \end{array}$$

Como no sistema decimal, multiplicamos toda a primeira linha do multiplicador pelo primeiro número do multiplicando – essa operação está destacada na cor amarela.

$$\begin{array}{r} 111\; \\ \text{x}10\; \\ \hline 000\; \\ 111\;\;\; \end{array}$$

Agora, multiplicamos toda a primeira linha do multiplicador pelo segundo número do multiplicando. Ao inserir o resultado, pulamos uma casa à esquerda – essa operação está destacada na cor azul.

$$
\begin{array}{r}
111 \\
\times 10 \\
\hline
000 \\
+1110 \\
\hline
1110
\end{array}
$$

Finalmente, somamos os dois resultados encontrados e o produto, que é 1110_2.

Concluindo, vamos refazer esta multiplicação no sistema decimal:

$111_2 = 7_{10}$ e $10_2 = 2_{10}$

A multiplicação no sistema decimal é 7 x 2, que é igual a 14_{10}.

Como $1110_2 = 14_{10}$, a conta está correta.

Resumindo

O sistema de numeração decimal é assim definido por usar 10 símbolos. Ele pode ser representado assim: $2016_{10} = 2 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 6 \times 10^0$.

O sistema de numeração binário utiliza apenas 2 símbolos, "0" e "1". Ele pode ser representado desta forma: $1001_2 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$.

O sistema de numeração octal utiliza 8 símbolos e pode ser escrito deste modo: $24_8 = 2 \times 8^1 + 4 \times 8^0$.

O sistema de numeração hexadecimal utiliza 16 símbolos e pode ser escrito deste modo: $16_{16} = 1 \times 16^1 + 6 \times 16^0$.

Para converter um número do sistema decimal para o sistema binário utiliza-se a regra de divisões sucessivas pelo número 2. O(s) quocientes e os resto(s) dessa divisão serão o respectivo número no sistema binário.

Para converter um número do sistema binário para o sistema decimal, usaremos o sistema de potência de base 2. A regra é multiplicar o algarismo pela posição do algarismo por essa posição na potência de 2. A regra é multiplicar o algarismo pela potência de 2 utilizando como expoente a posição desse algarismo.

A conversão de números binários fracionários em decimais segue a mesma ideia da conversão do número inteiro do sistema binário para o sistema decimal, tomando o cuidado de, após à direita da vírgula, verificar se o expoente é negativo.

A conversão de números decimais fracionários em binários segue as seguintes regras:

• para os números à esquerda da vírgula, usa-se a mesma regra da conversão de um número do sistema decimal para o sistema binário;

• para os números à direita da vírgula, utilizaremos multiplicações sucessivas por 2 até atingir o número 1 – os resultados intermediários serão a parte fracionária do número, ou seja, os algarismos à direita da vírgula.

A operação de adição no sistema de numeração binário é análoga à mesma operação no sistema decimal, sempre se lembrando do "vai 1" no caso de 1+1.

A operação de subtração no sistema binário também é análoga à do sistema decimal. Nesse caso, devemos sempre ter em mente que 0 – 1 = 1 e "deve 1".

A operação de multiplicação no sistema binário é simples porque ela é exatamente igual à multiplicação do sistema decimal.

Verifique se você se sente apto a:

- conhecer os sistemas de numeração decimal, binário, octal e hexadecimal;
- compreender como se faz a conversão de um sistema para o outro;
- realizar adição, subtração e multiplicação de números binários.

Exercícios

Questão 1 - Converta para o sistema decimal:

a) 10001_2 b) 111101_2 c) 101010_2

d) 10111001_2 e) 11001100_2 f) 11101110_2

Questão 2 - Converta para o sistema decimal:

a) 705_8 b) 5467_8 c) 7754_8

d) 1064_8 e) 247_8 f) 577_8

Questão 3 - Converta para o sistema decimal:

a) 600_{16} b) $10FA_{16}$ c) $FFFF_{16}$

d) 130_{16} e) 987_{16} f) $ABCD_{16}$

Questão 4 - Converta para o sistema binário:

a) 99_{10} b) 109_{10} c) 540_{10}

b) 660_{10} e) 1024_{10} f) 1500_{10}

g) 2015_{10} h) 2100_{10} i) 4999_{10}

j) 7000_{10} k) 10001_{10} l) 65536_{10}

Questão 5 - Converta para o sistema decimal:

a) $1010{,}101_2$ b) $101{,}101_2$ c) $111{,}001_2$

d) $100{,}11001_2$ e) $101100111011{,}010111_2$

Questão 6 - Converta para o sistema binário:

a) $8{,}375_{10}$ b) $4{,}8_{10}$ c) $57{,}3_{10}$ d) $14{,}1875_{10}$

Parabéns, você finalizou esta lição!

Agora responda às questões ao lado.

Questão 7 - Efetue as seguintes adições no sistema binário de numeração:

a) $101101_2 + 1101_2$

b) $110110_2 + 10111_2 + 101_2$

c) $11011_2 + 1011_2$

d) $101101_2 + 11100011_2$

e) $11111_2 + 111111_2$

Questão 8 - Efetue as seguintes subtrações no sistema binário de numeração:

a) $10010_2 - 10001_2$

b) $10102 - 1000_2$

c) $1101101_2 - 10110_2$

d) $11000000_2 - 10001101_2$

Questão 9 - Efetue as seguintes multiplicações no sistema binário de numeração:

a) $1100_2 \times 11_2$

b) $110102 \times 101_2$

c) $100101_2 \times 1001_2$

d) $1010102 \times 101_2$

Questão 10 - Efetue as seguintes multiplicações no sistema binário de numeração:

a) $100101_2 \times 1000_2$

b) $100100111_2 \times 111010_2$