

# TOPOGRAFIA

Carlos Frederico Dias de Alencar Ribeiro

INFRAESTRUTURA

# TOPOGRAFIA

Carlos Frederico Dias de Alencar Ribeiro

INFRAESTRUTURA



**Autor**

**Carlos Frederico Dias de Alencar Ribeiro**

Engenheiro agrônomo formado pela Universidade de Brasília, especialista em geoprocessamento e georreferenciamento. Trabalha, há oito anos, como socioconsultor da Trilha Mundos, em atividades de regularização fundiária, mapas de condicionantes ambientais e levantamentos topográficos cadastrais. Trabalhou durante três anos na área de treinamento, comercialização e locação de equipamentos e *softwares* de topografia.

**Design Instrucional**

NT Editora

**Projeto Gráfico**

NT Editora

**Revisão**

Mariana Carvalho

**Capa**

NT Editora

**Editoração Eletrônica**

Rodrigo Souza

**Ilustração**

Daniel Motta

Marcelo Moraes

**NT Editora, uma empresa do Grupo NT**

SCS Quadra 2 – Bl. C – 4º andar – Ed. Cedro II

CEP 70.302-914 – Brasília – DF

Fone: (61) 3421-9200

sac@grupont.com.br

www.nteditora.com.br e www.grupont.com.br

Ribeiro, Carlos Frederico Dias de Alencar.

Topografia / Carlos Frederico Dias de Alencar Ribeiro – 1. ed. –  
Brasília: NT Editora, 2015.

162 p. il. ; 21,0 X 29,7 cm.

ISBN 978-85-8416-066-2

1. Topografia. 2. Área.

I. Título

Copyright © 2015 por NT Editora.

Nenhuma parte desta publicação poderá ser reproduzida por qualquer modo ou meio, seja eletrônico, fotográfico, mecânico ou outros, sem autorização prévia e escrita da NT Editora.

## ÍCONES

Prezado(a) aluno(a),

Ao longo dos seus estudos, você encontrará alguns ícones na coluna lateral do material didático. A presença desses ícones o ajudará a compreender melhor o conteúdo abordado e também como fazer os exercícios propostos. Conheça os ícones logo abaixo:



### **Saiba mais**

Este ícone apontará para informações complementares sobre o assunto que você está estudando. Serão curiosidades, temas afins ou exemplos do cotidiano que o ajudarão a fixar o conteúdo estudado.



### **Importante**

O conteúdo indicado com este ícone tem bastante importância para seus estudos. Leia com atenção e, tendo dúvida, pergunte ao seu tutor.



### **Dicas**

Este ícone apresenta dicas de estudo.



### **Exercícios**

Toda vez que você vir o ícone de exercícios, responda às questões propostas.



### **Exercícios**

Ao final das lições, você deverá responder aos exercícios no seu livro.

**Bons estudos!**

## Sumário

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1 INTRODUÇÃO À TOPOGRAFIA.....</b>  | <b>9</b>  |
| 1.1 Introdução .....   | 9         |
| 1.2 Sistemas de coordenadas .....  | 13        |
| 1.3 Superfícies de referência .....  | 15        |
| 1.4 Classificação dos erros de observação .....                                    | 22        |
| <b>2 MATEMÁTICA APLICADA À TOPOGRAFIA .....</b>                                    | <b>27</b> |
| 2.1 Unidades de medida.....  | 27        |
| 2.2 Trigonometria plana.....   | 30        |
| 2.3 Escala .....   | 36        |
| <b>3 MEDIÇÃO DE DISTÂNCIA.....</b>   | <b>43</b> |
| 3.1 Medida direta de distâncias .....  | 43        |
| 3.2 Medidas indiretas de distâncias.....   | 48        |
| <b>4 MEDIDAS DE DIREÇÕES.....</b>  | <b>57</b> |
| 4.1 Ângulos horizontais e verticais .....  | 57        |
| 4.2 Medida eletrônica de direções .....  | 60        |
| 4.3 Teodolito.....   | 62        |
| 4.4 Estação total.....   | 64        |
| 4.5 Métodos de medida angular.....   | 65        |
| 4.6 Técnicas de medição de direções horizontais.....                               | 67        |
| <b>5 ORIENTAÇÃO .....</b>  | <b>73</b> |
| 5.1 Norte magnético e geográfico .....   | 73        |
| 5.2 Azimute e rumo .....   | 74        |
| 5.3 Conversão de rumo em azimute.....  | 75        |
| 5.4 Declinação magnética .....   | 76        |
| 5.5 Bússola .....  | 77        |
| <b>6 LEVANTAMENTO TOPOGRÁFICO – PLANIMETRIA .....</b>                              | <b>81</b> |
| 6.1 Cálculo de coordenadas na planimetria .....                                    | 81        |
| 6.2 Cálculo de azimutes a partir de coordenadas planimétricas de dois pontos... 85 |           |
| 6.4 Poligonal enquadrada .....   | 93        |
| 6.5 Irradiação.....  | 94        |
| 6.6 Intersecção a vante.....   | 96        |

|   |            |
|---|------------|
| <b>7 CÁLCULO DE ÁREAS.....</b>                | <b>100</b> |
| 7.1 Processo gráfico.....                     | 100        |
| 7.2 Processo computacional.....               | 101        |
| 7.3 Processo mecânico.....                    | 101        |
| 7.4 Processos analíticos.....                 | 102        |
| <b>8 NIVELAMENTO .....</b>                    | <b>109</b> |
| 8.1 Introdução ao nivelamento.....            | 109        |
| 8.2 Levantamento topográfico altimétrico..... | 110        |
| 8.3 Nivelamento geométrico.....               | 113        |
| 8.4 Nivelamento trigonométrico.....           | 125        |
| <b>9 POSICIONAMENTO POR SATÉLITES .....</b>   | <b>131</b> |
| 9.1 Introdução aos sistemas GNSS.....         | 131        |
| 9.2 Usos do receptor GNSS.....                | 132        |
| 9.3 Erros do sistema e sua minimização.....   | 135        |
| 9.4 Posicionamento por ponto e relativo.....  | 141        |
| 9.5 Receptores.....                           | 142        |
| 9.6 Estações de monitoramento contínuo.....   | 143        |
| <b>10 INTRODUÇÃO AO DESENHO TÉCNICO .....</b> | <b>147</b> |
| 10.1 Desenho técnico.....                     | 147        |
| 10.2 Desenho topográfico.....                 | 152        |
| 10.3 Representação do relevo.....             | 153        |
| <b>BIBLIOGRAFIA .....</b>                     | <b>161</b> |



Bem-vindo(a) ao curso de **Topografia!**

O homem sempre precisou conhecer o meio onde vive em razão de sobrevivência, orientação, segurança, guerras, navegação, construção, entre outros fatores. No princípio, a representação do espaço era feita por meio de observação e descrição. Você sabia que, segundo historiadores, o homem fazia mapas antes mesmo de ter desenvolvido a escrita? Com o tempo, surgiram técnicas e equipamentos de medição que facilitaram a obtenção de dados para, posteriormente, representar o espaço. A topografia foi uma das ferramentas utilizadas para realizar essas medições.

Este curso visa a apresentar ao aluno as técnicas tradicionais e modernas de topografia, objetivando que, ao final, ele consiga determinar a técnica correta de acordo com a atividade exercida.

**Bons estudos!**





# 1 INTRODUÇÃO À TOPOGRAFIA

## Objetivos

Ao final desta lição, você deverá ser capaz de:

- definir os sistemas de coordenadas existentes;
- conhecer os modelos de superfície de referência;
- identificar e classificar os tipos de erros de observação em topografia.

## 1.1 Introdução



Olá! Está preparado para aprender sobre como realizar medições de **área** e volume? E para representar o relevo e os locais em que vivemos? Em outras palavras, você está pronto para aprender o que é topografia? Então vamos começar!



**Área:** quantidade projetada em um plano horizontal dentro dos limites de um polígono. É um agregado de espaços planos a serem considerados em um estudo ou uma pesquisa.

Você sabe o que é topografia?

( ) Sim. ( ) Não.





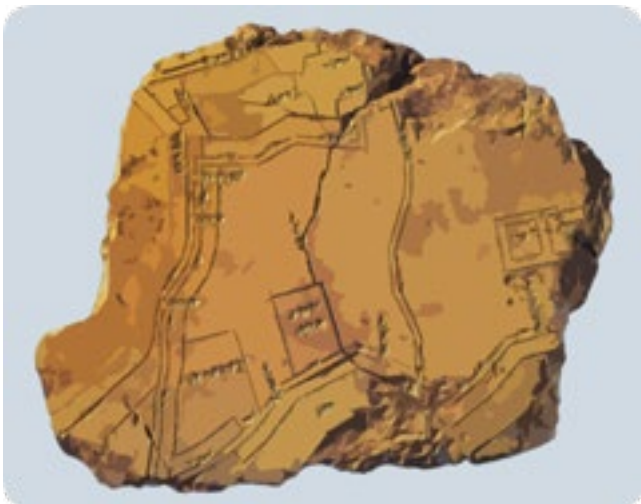
**Escala:** relação entre as dimensões dos elementos representados em mapas, cartas, fotografias ou imagens e as correspondentes dimensões do terreno.

**Geodésia:** é a ciência que se ocupa da determinação da forma, das dimensões e do campo de gravidade da Terra.

**Croquis:** esboço à mão de pintura, desenho, planta, projeto arquitetônico; esquisso.

**Mapa:** representação no plano, normalmente em escala pequena, dos aspectos geográficos, naturais, culturais e artificiais de toda a superfície (planisfério ou mapa-múndi), de uma parte (mapas dos continentes) ou de uma superfície definida por uma dada divisão político-administrativa (mapa de países, estados e municípios) ou por uma dada divisão operacional ou setorial (bacias hidrográficas, áreas de proteção ambiental, setores censitários, etc.).

**Carta:** é a representação de uma porção da superfície terrestre no plano, geralmente em escala média ou grande. Pode ter diversos usos, como a avaliação precisa de distâncias, de direções e de localização geográfica dos aspectos naturais e artificiais. Pode ser subdividida em folhas, de forma sistemática, em consonância com um plano nacional ou internacional.



Mapa urbano de Nippur, datado de 1300 a.C.

Fonte: Copyright © NT Editora

**Topografia** é uma palavra que tem sua origem na junção de duas palavras gregas: *topos*, que significa lugar, e *graphen*, que significa descrição. Topografia significa, portanto, a descrição do lugar.

O ser humano sempre teve a necessidade de conhecer o meio no qual vive, por questão de segurança, orientação, sobrevivência, guerra, navegação, construção, entre outros fatores. Antigamente, a representação do espaço se fundamentava em observar e descrever o meio, havendo historiadores que afirmam que o homem já fazia mapas antes mesmo de desenvolver a escrita. Com o desenvolvimento humano, surgiram técnicas e equipamentos de medição que facilitaram a obtenção de dados para posteriores representações.

O objetivo principal da topografia é efetuar o levantamento que permite representar uma porção da superfície terrestre em **escala** adequada, realizando medições de ângulos, distâncias e desníveis. As operações efetuadas em campo, com o objetivo de coletar dados para representação, são denominadas **levantamento topográfico**.

A topografia pode ser considerada uma parte da **Geodesia**, por trabalhar com medidas lineares e angulares realizadas sobre a superfície da Terra. É a partir dessas medidas que as coordenadas, as áreas e os volumes são calculados. Essas grandezas podem ser representadas de forma gráfica em mapas ou plantas.

Na prática, a topografia pode ser dividida em cinco etapas, descritas a seguir.

- 1) Planejamento:** definição dos métodos de levantamento, equipamentos, pontos ou posições a serem analisados e demais aspectos da área de trabalho.
- 2) Aquisição dos dados ou trabalho de campo:** momento em que se efetuam as medições, a gravação dos dados e a elaboração de **croquis**.
- 3) Cálculos ou processamento dos dados:** realização dos cálculos embasados nas medidas aferidas, a fim de obter a determinação de coordenadas, as distâncias, as áreas, os volumes, entre outras informações relevantes.
- 4) Representação gráfica ou mapeamento:** consiste na produção de **mapa** ou **carta** com base nos dados coletados e calculados.
- 5) Locação:** consiste em demarcar, em campo, alguns pontos de interesse, de acordo com os dados representados graficamente.

## Medindo o conhecimento

Complete as lacunas com as palavras adequadas e marque a alternativa correta.

O objetivo principal da \_\_\_\_\_ é efetuar um levantamento que permita representar uma porção da superfície \_\_\_\_\_ em escala adequada, realizando medições de ângulos, \_\_\_\_\_ e desníveis.

- a) topografia; terrenos; distâncias.
- b) medição; agrícola; terras.
- c) topologia; global; volumes.
- d) tipografia; aérea; velocidade.

A topografia é uma área muito importante, pois a representação gráfica do terreno ajuda o ser humano em diversos tipos de trabalho. Se você marcou a letra A, acertou!

A Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) publicou em 1991 a NBR 13133, atualizada em 1994, que é a norma brasileira para execução de levantamento topográfico. Nela, tal levantamento é definido por um

Conjunto de métodos e processos que, através de medições de ângulos horizontais e verticais, de distâncias horizontais, verticais e inclinadas, com instrumental adequado à exatidão pretendida, primordialmente, implanta e materializa pontos de apoio no terreno, determinando suas coordenadas topográficas. A estes pontos se relacionam os pontos de detalhe visando a sua exata representação planimétrica numa escala pré-determinada e à sua representação altimétrica por intermédio de curvas de nível, com equidistância também pré-determinada e/ou pontos cotados. (ABNT, 1994, p. 3).

A topografia é dividida em duas áreas: topometria e topologia. Esta última tem por objetivo o estudo de formas exteriores do terreno e das leis que regem o modelado. A topometria, por sua vez, estuda os processos clássicos de medição de distância, de ângulos e de desníveis, com o objetivo de determinar posições relativas de pontos, ramificando-se em **planimetria** e **altimetria**.

O levantamento topográfico pode ser dividido em: **levantamento planimétrico**, em que se procura determinar posições planimétrica dos pontos, coordenadas **X** e **Y**; e **levantamento altimétrico**, que visa a determinar a cota ou a **altitude** de um ponto, obtendo, assim, a coordenada **Z**. A execução

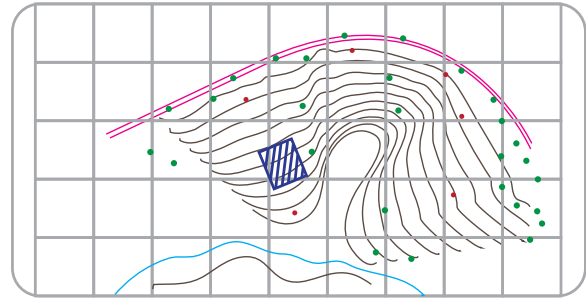


**Planimetria:** conjunto de processos que visam à determinação de coordenadas geodésicas horizontais de uma dada estação geodésica.

**Altimetria:** conjunto de processos que objetivam a determinação da altitude de uma dada estação geodésica.

**Altitude:** distância vertical a partir de um referencial, geralmente o nível médio dos mares, ao ponto considerado. As altitudes obtidas pelo rastreamento de satélites artificiais têm como referência um elipsóide, sendo, por isso, geométricas.

simultânea dos dois levantamentos dá origem ao **levantamento planialtimétrico**, que determina, em um só processo, as coordenadas **X**, **Y** e **Z**. As figuras que se seguem apresentam a imagem aérea de uma região e a representação gráfica do resultado de um levantamento planialtimétrico.



A topografia é uma área de conhecimento muito importante, pois é primordial para diversos trabalhos em que o conhecimento das formas e das dimensões do terreno é necessário. São exemplos de aplicação da topografia:

- trabalhos de terraplenagem;
- projetos e execução de estradas;
- obras de engenharia, como pontes, viadutos, túneis, portos e aeroportos;
- locação ou demarcação de obras;
- monitoramento de estruturas;
- planejamento urbano;
- irrigação e drenagem;
- reflorestamento;
- estudos ambientais.



## Medindo o conhecimento

De acordo com o que foi estudado no tópico, julgue a afirmativa abaixo em verdadeira (V) ou falsa (F).

( ) A topografia é dividida em duas áreas: a topometria e a topologia. A topometria tem por objetivo o estudo de formas exteriores do terreno e das leis que regem o modelado. A topologia estuda os processos clássicos de medição de distância, ângulos e desníveis.

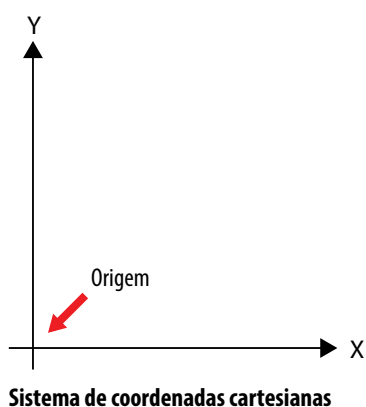
Como vimos, a topografia é dividida em duas áreas: a topometria e a topologia. No entanto, a topometria estuda os processos clássicos de medição de distância, ângulos e desníveis. E a topologia tem por objetivo o estudo de formas exteriores do terreno e das leis que regem o modelado. Logo, a afirmativa é falsa. Se você acertou, parabéns!

## 1.2 Sistema de coordenadas

Um dos principais objetivos da topografia é a determinação de coordenadas relativas a pontos e, para que isso ocorra, é necessário que elas sejam representadas em um sistema de coordenadas específico. Basicamente, utilizamos dois tipos de sistemas para definição de uma posição tridimensional de pontos: o sistema de coordenadas cartesianas e o sistema de coordenadas esféricas. Vamos conhecê-los melhor?

### 1.2.1 SISTEMAS DE COORDENADAS CARTESIANAS

Quando posicionamos um ponto, estamos, conseqüentemente, atribuindo-lhe coordenadas – que devem estar referenciadas em um sistema de coordenadas. Existem diversos desses sistemas, como aqueles empregados em geometria e trigonometria. Tais sistemas, geralmente, representam um ponto no espaço bidimensional ou tridimensional.



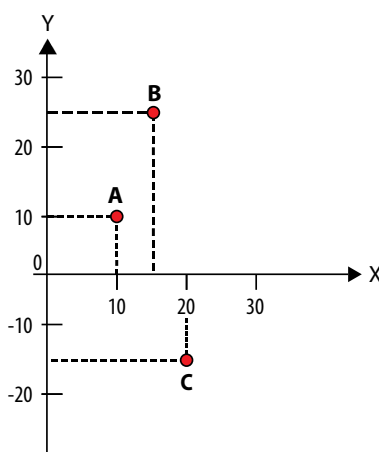
O espaço bidimensional é representado por sistemas de coordenadas retangulares ou cartesianas: um sistema de eixos **ortogonais** no plano, constituído de duas retas orientadas, **X** e **Y**, perpendiculares entre si. Esse sistema se origina do cruzamento dos eixos **X** e **Y**, conforme a figura a seguir.



**Ortogonais:** perpendicular, que forma um ângulo reto, de 90°.

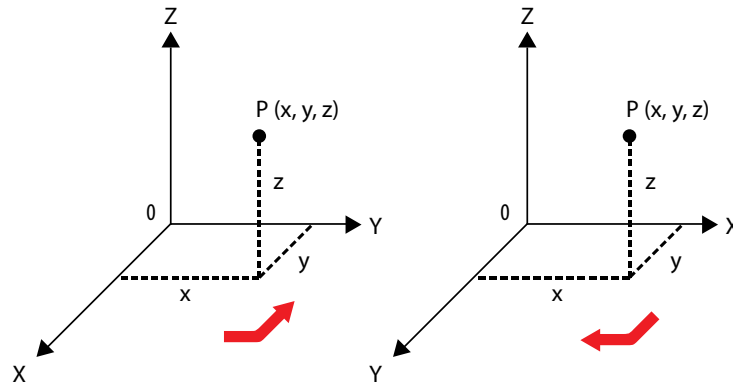
Um ponto é definido por duas coordenadas: uma denominada **abscissa**, ou coordenada **X**, e outra denominada **ordenada**, ou coordenada **Y**. Uma das notações **P(x,y)** ou **P = (x,y)** é utilizada para denominar um ponto **P** com abscissa **x** e ordenada **y**.

A figura a seguir apresenta um sistema cuja coordenada de origem é **O (0,0)**. Nele estão representados os pontos **A (10,10)**, **B (15,25)** e **C (20,-15)**.



Representação de pontos no sistema de coordenadas cartesianas

Um sistema de coordenadas cartesianas retangulares no espaço tridimensional é caracterizado por um conjunto de três retas (**X, Y, Z**) denominadas eixos coordenados, que são mutuamente perpendiculares e que se interceptam em um único ponto, denominado de origem. A marcação de um ponto em tal sistema é definida pelas coordenadas cartesianas retangulares **x, y, z**, como ilustrado na figura a seguir.

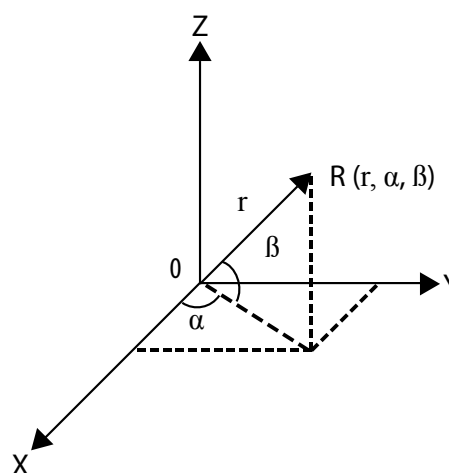


Sistemas de coordenadas cartesianas, dextrogiro e levogiro

De acordo com a posição da direção positiva dos eixos, um sistema de coordenadas cartesianas pode ser dextrogiro ou levogiro. No sistema **dextrogiro**, o observador situado no semieixo **OZ** vê o semieixo **OX** coincidir com o semieixo **OY** ao realizar um giro de  $90^\circ$  no **sentido anti-horário**. Já o sistema **levogiro** é aquele em que o semieixo **OX** coincide com o semieixo **OY**, devido a um giro de  $90^\circ$  no **sentido horário**, conforme a figura anterior.

## 1.2.2 Sistema de coordenadas esféricas

Nesse sistema, um ponto do espaço tridimensional pode ser determinado, conforme a figura a seguir, pelo afastamento **r** entre a origem do sistema e o ponto **R** considerado; pelo ângulo  **$\beta$** , formado entre o segmento **OR** e a projeção ortogonal deste sobre o plano **XY**; e pelo ângulo  **$\alpha$** , que é formado pela projeção do segmento **OR** sobre o plano **XY** com o semieixo **OX**. As coordenadas esféricas de um ponto **R** são dadas por **r,  $\alpha$ ,  $\beta$** .



Sistema de coordenadas esféricas



Supondo que o sistema de coordenadas esféricas esteja sobreposto a um sistema de coordenadas cartesianas. O ponto **R**, determinado pelo terno cartesiano  $(x, y, z)$ , pode ser expresso pelas coordenadas esféricas  $(r, \alpha, \beta)$ , sendo o relacionamento entre os dois sistemas obtido pelo vetor posicional:

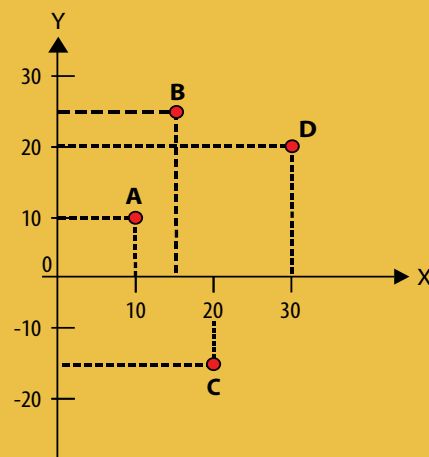
$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = r \begin{bmatrix} \cos \beta \cos \alpha \\ \cos \beta \sin \alpha \\ \sin \beta \end{bmatrix}$$

### Medindo o conhecimento

Analisando a figura a seguir, marque o ponto que corresponde à coordenada (30,20).

A.    B.    C.    D.

As coordenadas cartesianas são uma forma muito importante de determinar um lugar no espaço, seja plano, seja tridimensional. Se você marcou a letra D, muito bem, continue assim!



**Latitude:** descrição da localização, ou coordenadas geográficas, de um determinado lugar na Terra. Ângulo entre o plano do equador à superfície de referência. A latitude se mede para norte e para sul do equador, entre 90° sul, no polo sul, e 90° norte, no polo norte.

**Longitude:** ângulo diedro formado pelos planos do Meridiano de Greenwich e do meridiano que passa pelo ponto considerado.

**Meridiano:** linha de referência Norte-Sul, em particular o círculo máximo através dos polos geográficos da Terra, de onde as longitudes e os azimutes são determinados. São círculos máximos que cortam a Terra em duas partes iguais de polo a polo, fazendo todos os meridianos se cruzarem, em ambos os polos. O meridiano origem é o de Greenwich (0°).

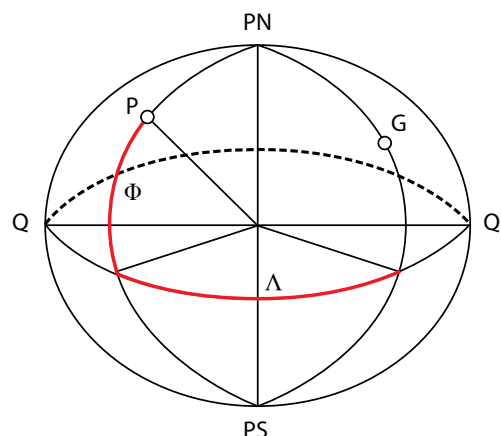
## 1.3 SUPERFÍCIES DE REFERÊNCIA

Devido às irregularidades da superfície da Terra, o homem utiliza, para a representação dela, modelos mais simples, regulares e geométricos, que se aproximam mais da forma real para efetuar cálculos. Cada modelo tem a sua aplicação, e quanto mais complexa for a figura empregada para a representação do planeta, mais complexos serão os cálculos sobre essa superfície. Vamos conhecer alguns desses modelos?

### 1.3.1 Modelo esférico

No que tange à astronomia, a Terra pode ser considerada uma esfera. Sobre esta, um ponto pode ser localizado por meio de sua **latitude** e sua **longitude**, sendo denominadas coordenadas de latitude e longitude astronômicas, conforme apresentado na figura a seguir.

**Latitude astronômica ( $\Phi$ ):** corresponde ao arco **meridiano**, contado desde o Equador até o ponto considerado, sendo, por convenção, positiva no hemisfério Norte e negativa no hemisfério Sul.







**Greenwich:** localidade a sudeste de Londres, onde foi construído o Observatório Real, e que, desde 1884, é o meridiano origem para a definição das longitudes.

**Elipsoide:** figura matemática mais adequada à representação da forma da Terra, em função da simplificação dos cálculos e da boa aproximação relativa à sua forma real. Ver também geóide.

**Longitude astronômica ( $\lambda$ ):** corresponde ao arco do equador, contado desde o meridiano de **Greenwich** até o meridiano do ponto considerado. Por convenção, a longitude varia de  $0^\circ$  a  $+180^\circ$  no sentido leste de Greenwich e de  $0^\circ$  a  $-180^\circ$  por oeste de Greenwich.



### Saiba mais

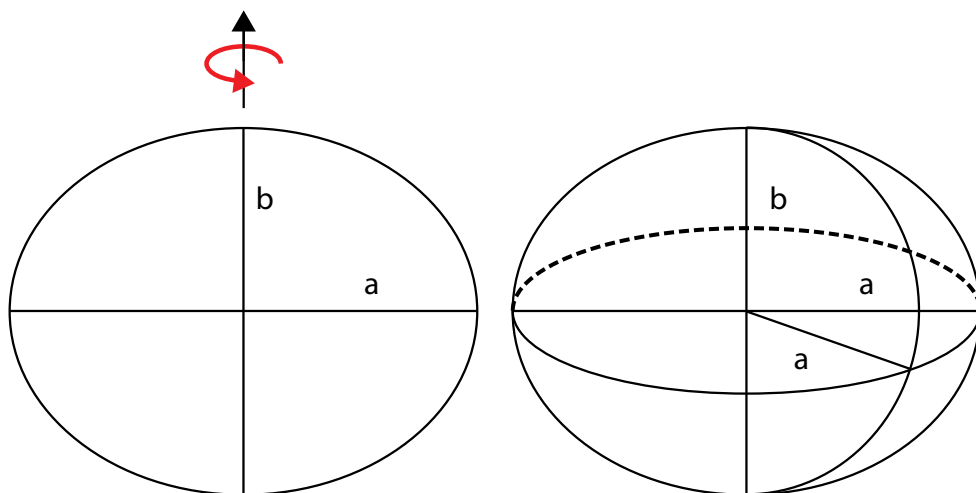
Você sabia que o meridiano de Greenwich foi definido como meridiano de referência mundial em 1884, após um processo de concorrência com França, Espanha e Portugal? Ele tem esse nome por passar sobre a localidade de Greenwich, no Observatório Real, nos arredores de Londres, no Reino Unido.

## 1.3.2 Modelo elipsoidal

Na geodesia, adotamos o modelo do **elipsoide** de revolução, que é uma figura gerada pela rotação de uma semi-elipse, denominada geratriz, em torno de um de seus eixos, denominado eixo de revolução. Se esse eixo for o menor, tem-se um elipsoide achatado. Existem mais de 70 diferentes modelos de elipsoides de revolução que são utilizados em trabalhos de geodesia no mundo.

A definição de um elipsoide de revolução ocorre por meio de dois parâmetros: os semieixos **a** (maior) e **b** (menor). Na geodesia, consideramos como parâmetros o semieixo maior **a** e o achatamento **f**, expresso pela equação  $f = (a - b) / a$ , em que:

- **a**: semieixo maior da elipse;
- **b**: semieixo menor da elipse.



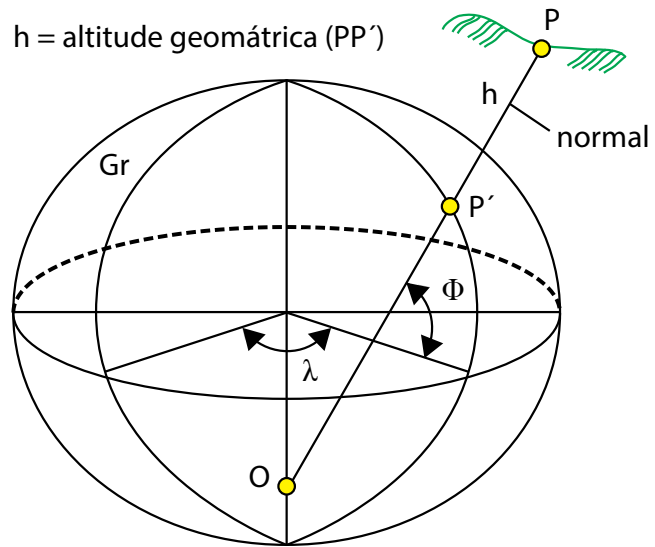
Elipsoide de revolução

As coordenadas geodésicas elipsóidicas de um ponto sobre o elipsoide ficam definidas conforme a figura a seguir.

**Latitude geodésica ( $\varphi$ ):** é o ângulo formado pela normal com sua projeção no plano do Equador, sendo positivo para o norte e negativo para o sul. A normal é uma reta ortogonal ao elipsoide que passa pelo ponto P na superfície física.

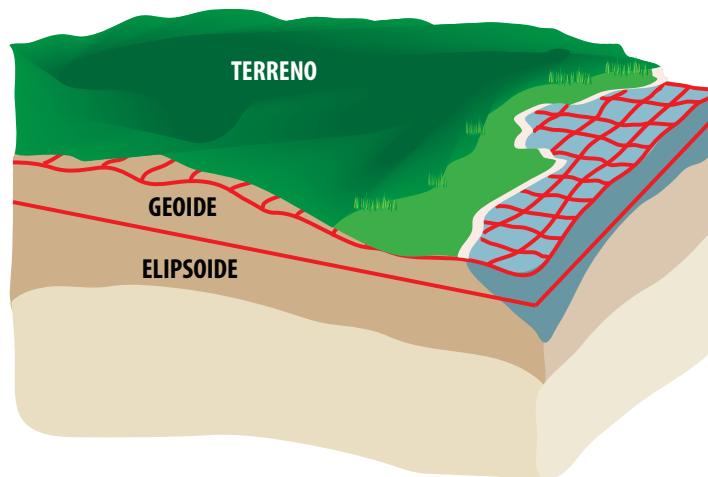
**Longitude geodésica ( $\lambda$ ):** é o ângulo diedro formado pelo meridiano geodésico de Greenwich e o ponto P, sendo positivo para leste e negativo para oeste.

O Brasil adota, no Sistema Geodésico Brasileiro, o Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas – SIRGAS2000, que utiliza o elipsoide de revolução GRS80 (*Global Reference System, 1980*) cujo semieixo maior é **a = 6.378.137,000 m**, e achatamento **f = 1/298,257222101**.



### 1.3.3 Modelo geoidal

É o que mais se aproxima da forma da Terra, sendo definido teoricamente como o nível médio dos mares em repouso, prolongado pelo decorrer dos continentes. Não é uma superfície regular, sendo de difícil tratamento matemático. A figura a seguir representa de forma ilustrativa a superfície da Terra ou o terreno natural como o conhecemos, bem como a posição do geóide e do elipsoide.



Superfície física da Terra, elipsoide e geóide

O **geóide** é uma superfície equipotencial do campo da gravidade da Terra ou uma superfície de nível. É utilizado como referência para as altitudes ortométricas no ponto considerado e corresponde à distância contada sobre a vertical do geóide até a superfície física.



**Geóide:** figura definida como a superfície equipotencial do campo de gravidade da Terra, que melhor se aproxima do nível médio dos mares, supostamente homogêneos e em estado de repouso. Embora melhor descreva a forma física da Terra, o geóide se caracteriza por grande complexidade em função da distribuição irregular de massas no interior da Terra.

As linhas de força, ou linhas verticais, são perpendiculares a essas superfícies equipotenciais e materializadas pelo fio de prumo de um nível ou teodolito, nivelado no ponto considerado. A reta tangente à linha de força em um ponto simboliza a direção do vetor gravidade neste ponto e também é chamada de vertical.

A figura que se segue ilustra tal conceito.

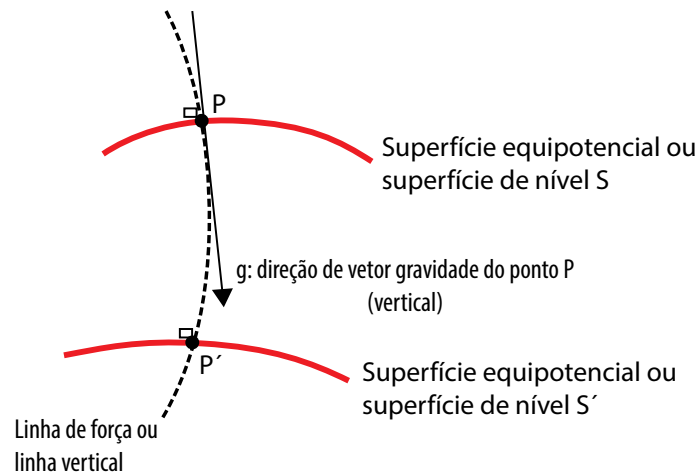


Figura representando a vertical



## Medindo o conhecimento

Sobre as superfícies de referência, qual modelo se aproxima mais da superfície terrestre?

- a) Modelo plano.
- b) Modelo esférico.
- c) Modelo geoidal.
- d) Modelo esférico.

O modelo geoidal é irregular, assim como o planeta Terra. É um modelo com referência no nível médio dos mares, prolongado nos continentes, por isso é o que mais se aproxima da superfície terrestre. Se você marcou a letra C, muito bem, continue assim!

### 1.3.4 Modelo plano

É aquele que considera plana a porção da Terra em estudo, ou seja, é uma simplificação utilizada pela topografia que é aceita dentro de certos limites e que facilita os cálculos topográficos. O limite adotado para esse plano, na prática, é de 20 a 30 km, mas a NBR 13133 (ABNT, 1994). Que se refere à norma de execução de levantamento topográfico, admite um plano com até 80 km.

Segundo a NBR 13133 (ABNT, 1994), o sistema de projeção utilizado na topografia possui as seguintes características:

- as projetantes são ortogonais à superfície de projeção, estando o centro de projeção localizado no infinito;
- a superfície de projeção é um plano normal à vertical do lugar no ponto da superfície terrestre considerado como origem do levantamento, sendo seu referencial altimétrico o referido **datum** vertical brasileiro;
- as deformações máximas aproximadas inerentes à desconsideração da curvatura terrestre e à refração atmosférica são:

$$- \Delta l \text{ (mm)} = -0,001 l^3 \text{ (km)};$$

$$- \Delta h \text{ (mm)} = +78,1 l^2 \text{ (km)};$$

$$- \Delta h' \text{ (mm)} = +67 l^2 \text{ (km)}.$$

Em que:

- $\Delta l$  = deformação planimétrica devido à curvatura da Terra, em mm;
  - $\Delta h$  = deformação altimétrica devido à curvatura da Terra, em mm;
  - $\Delta h'$  = deformação altimétrica devido ao efeito conjunto da curvatura da Terra e da refração atmosférica, em mm;
  - $l$  = distância considerada no terreno, em km.
- o plano de projeção tem a sua dimensão máxima limitada de 80 km a partir da origem, de maneira que o erro relativo decorrente da desconsideração da curvatura terrestre não ultrapasse 1:35.000 nessa dimensão e 1:15.000 nas imediações da extremidade dessa dimensão;
  - a localização planimétrica dos pontos medidos no terreno e projetados no plano de projeção se dá por intermédio de um sistema de coordenadas cartesianas, cuja origem coincide com a do levantamento topográfico.
  - o eixo das ordenadas é a referência **azimutal** que, dependendo das particularidades do levantamento, pode estar orientado para o norte geográfico, para o norte magnético ou para uma direção notável do terreno, julgada como importante.

Considerando que a topografia busca representar um conjunto de pontos no plano, é necessário estabelecer um sistema de coordenadas cartesianas para a representação deles. O sistema pode ser caracterizado da seguinte forma:

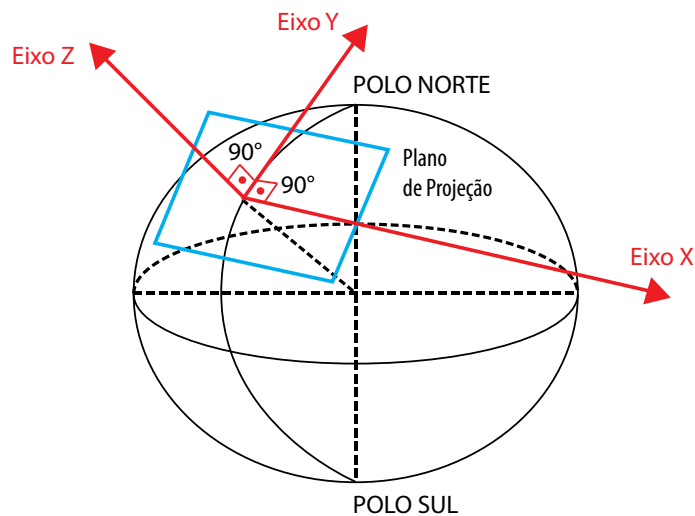
- eixo Z: é materializado pela vertical do lugar, sendo a linha materializada em campo pelo fio de prumo;
- eixo Y: é definido pela linha meridiana, norte-sul magnética ou verdadeira;
- eixo X: corresponde ao sistema dextrogiro, formando 90° na direção leste.



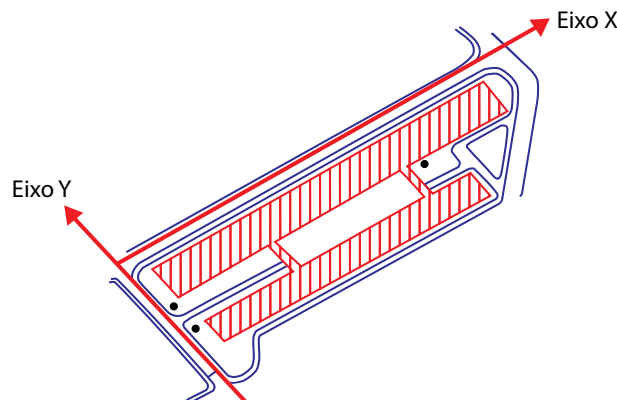
**Datum:** sistema de referência para as coordenadas geodésicas e para a aceleração da gravidade. No caso da planimetria, o datum do Sistema Geodésico Brasileiro é o Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas - SIRGAS 2000; para a altimetria, Imbituba; para a gravimetria, Rede Gravimétrica Fundamental Brasileira.

**Azimutal:** projeção azimutal ou plana é a projeção cartográfica obtida sobre um plano tangente a um ponto qualquer da superfície terrestre, que ocupa o centro da projeção.

A figura a seguir ilustra esse plano projetado no globo terrestre.



Em alguns casos, o eixo Y pode ser definido por uma direção que é notada no terreno, como o alinhamento de uma rua, conforme no exemplo apresentado a seguir.



Eixos definidos por uma direção notada no terreno



## Medindo o conhecimento

Complete a frase que se segue com as expressões adequadas e assinale a alternativa correta.

Modelo plano é aquele que considera a porção \_\_\_\_\_ em estudo como plana, ou seja, é uma simplificação utilizada pela \_\_\_\_\_, aceita dentro de certos limites e que facilita os cálculos topográficos:

- a) da Terra; topografia.
- b) do ecossistema; geografia.
- c) da área; geologia.
- d) da declividade; nivelometria.

O modelo plano facilita a realização de levantamentos topográficos, pois o trabalho pode ser realizado totalmente em uma superfície plana determinada, sendo as correções realizadas posteriormente. Se você marcou a letra A, muito bem, continue assim!

Considerando o que aprendemos sobre as superfícies de referência e a curvatura da Terra, o efeito dessa curvatura pode influenciar na medição da distância e da altimetria? Vamos analisar.

A figura a seguir demonstra o efeito da curvatura sobre a distância, em que  $S$  é o valor de uma distância considerada sobre a Terra esférica, e  $S'$  é a projeção dessa distância sobre o plano topográfico.

A diferença entre  $S'$  e  $S$  é dada pela equação  $\Delta S = S' - S$ . Calculando  $S$  e  $S'$ , realizando substituição na equação anterior, tem-se:

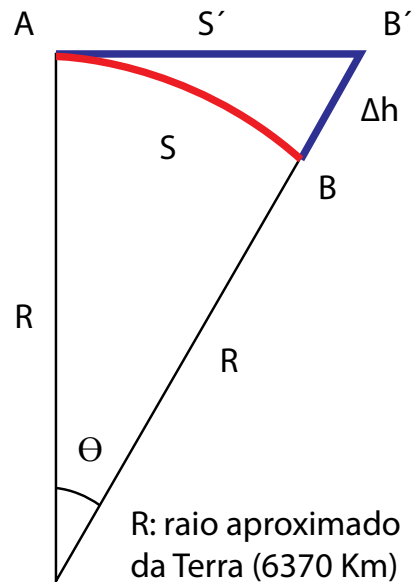
- $S' = R \operatorname{tg} \theta$
- $S = R \theta$
- $\Delta S = R \operatorname{tg} \theta - R \theta \Rightarrow \Delta S = R (\operatorname{tg} \theta - \theta)$

Desenvolvendo  $\operatorname{tg} \theta$  em série e utilizando somente os dois primeiros termos, obtemos a seguinte equação:

- $\operatorname{tg} \theta = \theta + (\theta^3/3) + (2\theta^5/15) + \dots$
- $\Delta S = R [\theta + (\theta^3/3) - \theta]$

Em que  $\theta = S/R$ , logo:

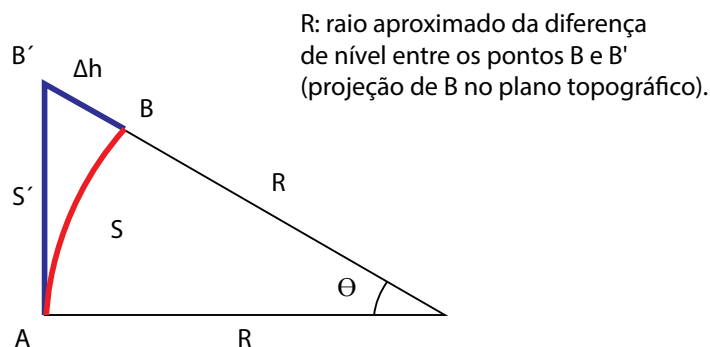
- $\Delta S = R (\theta^3/3)$
- $\Delta S = S^3/3R^2$



A tabela abaixo apresenta valores de erros absolutos e relativos para diferentes distâncias, mostrando o efeito da curvatura.

| S (km) | $\Delta S$ |
|--------|------------|
| 1      | 0,008 mm   |
| 10     | 8,2 mm     |
| 25     | 12,8 cm    |
| 50     | 1,03 m     |
| 70     | 2,81 m     |

A figura a seguir demonstra o efeito da curvatura para altimetria, conforme o modelo da figura anterior.



A partir da figura acima, é possível obter a equação  $\cos\theta = R / (R + \Delta h)$ .

Isolando  $\Delta h$  na equação, obtemos:  $\Delta h = R \cdot [(1/\cos\theta) - 1]$ .

Desenvolvendo  $1/\cos\theta$  em série e considerando que  $\theta = S/R$ , tem-se:

$$\Delta h = (R \cdot \theta^2)/2. \text{ logo, } \Delta h = S^2/(2 \cdot R)$$

A tabela a seguir apresenta o efeito da curvatura na altimetria para diferentes distâncias.

| S     | $\Delta S$ |
|-------|------------|
| 100 m | 0,8 mm     |
| 500 m | 20 mm      |
| 1 km  | 78 mm      |
| 10 km | 7,8 m      |
| 70 km | 384,6 m    |

Como podemos observar nas duas tabelas apresentadas, o efeito da curvatura é maior na altimetria do que na planimetria. Por isso, alguns cuidados devem ser tomados nos levantamentos altimétricos para minimizar esse efeito, que será apresentado nas próximas lições.

## 1.4 Classificação dos erros de observação

Ao representarmos a superfície da Terra, efetuamos medidas de direções, distâncias e desníveis, porém essas medições são afetadas por erros inevitáveis. Para conscientizá-lo sobre esses erros, este tópico apresentará as fontes mais comuns deles. Veja-as em seguida.

- a) **Condições ambientais:** vento, temperatura e outros fenômenos podem afetar as medições. Um exemplo é quando ocorre a dilatação de uma trena devido à variação da temperatura.
- b) **Erros instrumentais:** ocorrem por imperfeição na fabricação ou no ajuste do instrumento, mas podem ser evitados, realizando técnicas de verificação, calibração e classificação, além de técnicas de observação, em que o operador pode fazer mais de uma leitura para verificar a qualidade de sua medição.
- c) **Erros humanos:** são comuns e ocorrem por falta de atenção ao executar uma medição, por cansaço, entre outros motivos. Os erros de observação podem ser classificados em erros grosseiros, sistemáticos e aleatórios. Vamos conhecer algumas de suas características?
  - **Erros grosseiros:** são causados por engano na medição, leitura errada nos instrumentos, na identificação de alvo etc. Normalmente a desatenção do observador ou uma falha no equipamento os ocasionam, cabendo ao operador/observador evitá-los ou detectar a presença deles. A repetição de leituras é uma forma de evitar erros grosseiros. Um exemplo desse tipo de erro seria anotar 296 em vez de 269, ou cometer um engano na contagem de lances durante a medição de uma distância com uma trena.
  - **Erros sistemáticos:** são erros cuja magnitude e sinal algébrico podem ser determinados seguindo leis matemáticas ou físicas. Devido ao fato de esses erros serem produzidos por causas conhecidas, podem ser evitados por meio de técnicas particulares de observação ou mesmo eliminados mediante a aplicação de fórmulas específicas. Esses erros se acumulam ao longo do trabalho. Seguem alguns exemplos de erros sistemáticos:

- efeito da temperatura e da pressão na medição de distâncias com medidor eletrônico. Com a mensuração da temperatura e da pressão na hora e no local da medição, esse erro pode ser corrigido posteriormente;

- correção do efeito da dilatação de uma trena em função do aumento da temperatura.

- **Erros acidentais ou aleatórios:** são os erros que permanecem após os anteriores terem sido eliminados. Esses erros, que não seguem nenhum tipo de lei e podem ocorrer em qualquer sentido, tendem a se neutralizar quando o número de observações é grande. A seguir, apresentamos algumas peculiaridades dos erros acidentais:

- erros pequenos ocorrem mais frequentemente do que os grandes, sendo mais prováveis;

- erros positivos e negativos do mesmo tamanho ocorrem com igual frequência ou são igualmente prováveis;

- a média dos resíduos é aproximadamente nula;

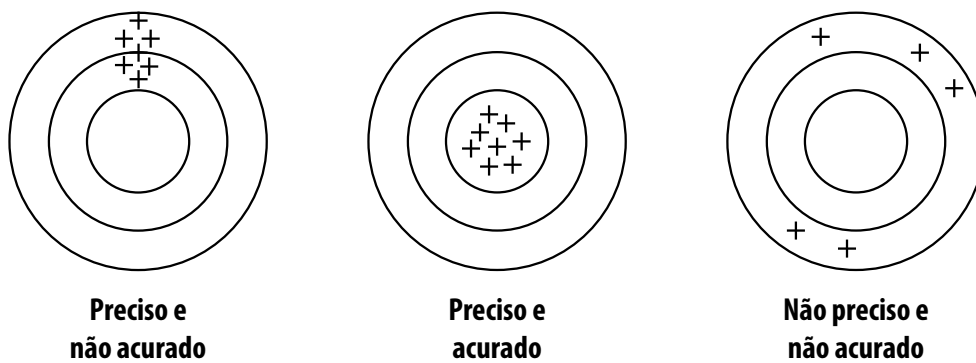
- aumentando o número de observações, aumenta-se a probabilidade de se chegar próximo ao valor real.

Exemplos comuns de erro acidental são a inclinação da baliza na hora de realizar a medida e o erro de pontaria na leitura de direções horizontais.

### 1.4.1 Precisão e acurácia

A precisão corresponde ao número de medidas sucessivas realizadas em condições semelhantes, estando vinculada somente a efeitos aleatórios.

A acurácia corresponde ao número de medidas sucessivas que têm relação com o valor verdadeiro, estando vinculada a efeitos aleatórios e sistemáticos. A figura subsequente ilustra os conceitos apresentados.



Precisão e acurácia

Para entender os conceitos de precisão e acurácia, um bom exemplo é o treinamento de um jogador de futebol realizando cobranças de pênalti. Ele chuta a bola dez vezes e, nas dez vezes, acerta a trave no lado direito do goleiro. O jogador foi extremamente preciso, pois seus chutes ou resultados não apresentaram nenhuma variação em torno do valor que se repetiu dez vezes, mas, em compensação, a sua acurácia foi nula, visto que ele não conseguiu acertar o gol, que é o verdadeiro valor, nenhuma das vezes em que tentou. Para que ele fosse preciso e acurado, teria que ter acertado as dez vezes no gol e no mesmo lugar.





## Medindo o conhecimento

Para fixarmos o que aprendemos sobre precisão e acurácia, responda: quem foi mais preciso e acurado? Considere as seguintes alternativas a seguir.

- Um atirador que, em dez tentativas, acerta nove tiros na borda do alvo e um tiro no centro.
- Um jogador de golfe acerta 20 bolas a um centímetro do buraco.
- Em um jogo de tênis, o jogador que realiza cinco aces (pontos de saque) seguidos em diferentes pontos da quadra.
- Em uma partida de basquete, um jogador que arremessou dez lances livres e acertou todos na cesta.

A precisão e a acurácia são conceitos que andam juntos e, na topografia, é muito importante que eles estejam conciliados, pois não adianta precisão sem acurácia, uma vez que a medida pode estar correta, porém com localização errada. A figura anterior exemplifica muito bem essa situação. Portanto, se você marcou a letra D, muito bem. Continue assim!

## Resumindo

Estudamos, nesta lição, alguns conceitos básicos da topografia, como a forma ordenada de nos localizarmos por meio de coordenadas, os modelos existentes para representar a superfície terrestre, os possíveis erros que podem ocorrer nas medições topográficas e como evitá-los.

Verifique se você se sente apto a:

- reconhecer os sistemas de coordenadas existentes;
- explicar os modelos de superfície de referência;
- diferenciar e caracterizar os tipos de erros de observação em topografia.

Na próxima lição, aprenderemos sobre algumas aplicações da matemática à topografia. Até lá!



Parabéns, você finalizou esta lição!

Agora responda às questões ao lado.

## Exercícios

**Questão 1** - Qual o significado da palavra topografia?

- a) Desenho dos topos.
- b) Primeiros desenhos.
- c) Descrição do lugar.
- d) Desenho dos lugares.

**Questão 2** - A topografia pode ser dividida em cinco etapas. Qual delas corresponde à etapa de demarcação em campo dos pontos de interesse a partir dos dados representados graficamente?

- a) Planejamento.
- b) Locação.
- c) Mapeamento.
- d) Cálculos.

**Questão 3** - Qual é o número da norma brasileira para execução de levantamento topográfico?

- a) NBR 8.691.
- b) NBR 12.125.
- c) NBR 705.
- d) NBR 13133.

**Questão 4** - Marque um exemplo de aplicação da topografia.

- a) Terraplanagem.
- b) Desmatamento.
- c) Horticultura.
- d) Marcenaria.

**Questão 5** - Sabemos que a topografia utiliza dois sistemas de coordenadas. Marque a alternativa que corresponde a um desses sistemas.

- a) Sistema de coordenadas aleatórias.
- b) Sistema de coordenadas esféricas.
- c) Sistema de coordenadas radiais.
- d) Sistema de coordenadas estruturadas.

**Questão 6** - Marque a alternativa que corresponde ao meridiano de referência mundial.

- a) Trópico de Câncer.
- b) Greenwich.
- c) Trópico de Capricórnio.
- d) Linha do Equador.

**Questão 7** - Com relação às superfícies de referência, marque a alternativa que não corresponde a um dos modelos abordados.

- a) Modelo esférico.
- b) Modelo plano.
- c) Modelo triangular.
- d) Modelo geodésico.

**Questão 8** - A respeito dos erros de observação, marque a alternativa que não corresponde a uma das fontes de erros mais comuns.

- a) Posição do Sol.
- b) Condições ambientais.
- c) Erros instrumentais.
- d) Erros humanos.

**Questão 9** - Ainda sobre os erros de observação, marque a alternativa que corresponde a uma ação que minimiza o erro ou aumenta a probabilidade de chegar próximo ao valor real.

- a) Evitar observações em ambientes alterados.
- b) Revisar a leitura dos dados.
- c) Usar equipamentos novos.
- d) Aumentar o número de observações.

**Questão 10** - No que diz respeito à precisão e à acurácia, escolha a alternativa que apresenta o melhor resultado de precisão.

- a) Em um alvo, um jogador de dardos, em 10 tentativas, acerta 10 dardos na borda.
- b) Em um alvo, um jogador de dardos, em 10 tentativas, acerta cinco no centro e cinco na borda.
- c) Em um alvo, um jogador de dardos, em 10 tentativas, acerta sete na borda e três no centro.
- d) Em um alvo, um jogador de dardos, em 10 tentativas, acerta dois no centro e oito na borda.